

Задаци и решења

Клуб младих математичара “Архимедес” - Београд
“М И С Л И Ш А”

Математичко такмичење за ученике ОШ
по угледу на
Међународно такмичење “КЕНГУР”



2008

5. разред

Задаци који се оцењују са 3 бода

1. Јасна има две јабуке, две половине јабуке и четири четвртине јабуке. Колико јабука има Јасна?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5



Решење: (D) 4

Две половине јабуке чине једну целу јабуку, а четири четвртине чине још једну целу јабуку. Са две целе јабуке које Јасна већ има, то чини укупно 4 целе јабуке.

2. *Стари задатак*

Гуска ипо, 6 динара. Колико коштају 2 гуске?

(A) 14 (B) 12 (C) 10 (D) 9 (E) 8



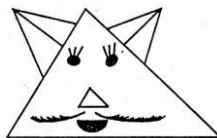
Решење: (E) 8

Из податка да гуска ипо кошта 6 динара треба да израчунамо колико кошта 1 гуска. То се може урадити на пример тако што први израчунамо колико коштају 3 гуске (двоструко више), па затим одредимо цену једне гуске (3 пута мање) и коначно цену за 2 гуске (два пута више). Други начин: количину коју смо назвали гуска ипо можемо посматрати као да се састоји из 3 једнака дела, а цену од 6 динара као величину која се састоји из 3 једнака дела. Цену једне гуске тада чине 2 једнака дела, а то у овом случају износи 4. Две гуске зато вреде 8 динара.

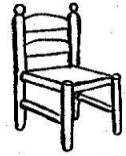
3. Колико на овој слици видиш троуглова?

(A) 8 (B) 7 (C) 6 (D) 5 (E) 4

Решење: (A) 8, (нос, лице, на ушима по 3)



4. У сваком углу собе налази се по једна столица. На свакој столици седи по један дечак. Сваки дечак види 3 дечака. Колико у тој соби има дечака?



- (A) 3 (B) 4 (C) 8 (D) 9 (E) 12

Решење: (B) 4, јер се у сваком углу собе налази по један дечак.

5. Колико елемената има скуп S који представља унију скупова $R = \{1, 2, 3\}$ и $S = \{3, 4, 5\}$

- (A) 1 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

Решење: (D) 5, тј. $C = R \cup S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

6. Производ два броја је 15 пута већи од првог чиниоца. Колики је други чинилац?

- (A) 12 (B) 14 (C) 15 (D) 150 (E) не може се одредити

Решење: (C) 15

Услов задатка се може и овако записати: $a \cdot b = 15a$, а даље се лако види да је други чинилац $b = 15$.

7. Ивица и Марица данас славе рођендан. Збир њихових година је 11, а производ 24. Колико година је имала Марица када се Ивица родио?

- (A) 2 (B) 3 (C) 5 (D) 6 (E) 8

Решење: (C) 5



Како се зна производ њихових година, то значи да тражијемо два броја чији је производ 24, тј. $24 = 1 \cdot 24 = 2 \cdot 12 = 3 \cdot 8 = 4 \cdot 6$. Како мора бити испуњен још и услов да је збир њихових година 11, једини бројеви који то испуњавају су бројеви 3 и 8. Из текста задатка знамо да је Марица старија. Дакле, Марица је имала 8 година кад се Ивица родио.

8. Колико овде има тачно решених задатака:

- а) $2 + 8 \cdot 2 = 18$
б) $(2 + 8) \cdot 2 + 8 = 100$
в) $0,9 + 0,10 = 0,19$
г) $0,1 \cdot 0,001 = 0,0001$
д) $\frac{1}{8} + 2\frac{7}{8} = 3$

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Решење: (C) 3

Грешке су направљене у примерима б) и в):

б) $(2 + 8) \cdot 2 + 8 = 10 \cdot 2 + 8 = 20 + 8 = 28$

в) $0,9 + 0,10 = 1$

Задаци који се оцењују са 4 бода

9. Неуредна Маја има у фиоци 6 белих, 8 црвених и 10 розе чарапа. Који је најмањи број чарапа које Маја треба, затворених очију, да узме из фиоке да би била сигурна да ће моћи да обује пар чарапа исте боје?



- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 10

Решење: (B) 4

Ако Маја затворених очију узме из фиоке 3 чарапе, онда, у најнеповољнијем случају, оне могу бити различитих боја. Четврта извучена чарапа је онда или бела или црвена или розе. Како је једна чарапа такве боје (бела, црвена или розе) већ извучена, значи да када Маја извуче 4 чарапе она може бити сигурна да ће имати један пар истобојних чарапа.

10. Који од следећих разломака има највећу вредност:

I) $\frac{2+0+0+8}{2+0+0+8}$; II) $\frac{2 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 8}{2+0+0+8}$; III) $\frac{2008}{2+0+0+8}$; IV) $\frac{2+0+0+8}{2008}$

- (A) I разломак (B) II разломак (C) III разломак
(D) IV разломак (E) сви имају исту вредност

Решење: (C) III разломак.

Вредност првог разломка је 1. Вредност другог разломка је $\frac{0}{10} = 0$.

Вредност трећег разломка је $\frac{2008}{10} = 200,8$. Вредност четвртог

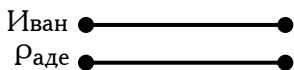
разломка је $\frac{10}{2008}$. Према томе, највећу вредност има трећи разломак.

11. Иван и Раде сакупљају сличице познатих спортиста. Једнога дана закључили су да су сакупили једнак број сличица. Раде је за рођендан поклонио Ивану половину својих сличица. Иван је после тога имао више сличица него Раде. Колико пута више?

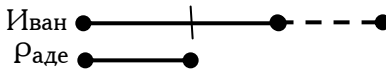
- (A) 2 пута (B) 3 пута (C) 4 пута (D) 5 пута
 (E) зависи од тога колико су имали сличица на почетку

Решење: (B) 3 пута. Погледај слику!

На почетку:



На крају:



12. Колико има двоцифрених природних бројева код којих производ цифара није већи од 3?

- (A) 5 (B) 8 (C) 11 (D) 12 (E) 14

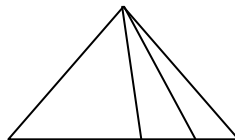
Решење: (B) 8.

Није већи значи мањи или једнак! Како се ради о производу цифара, значи да у нашем он може бити 0, 1, 2 или 3. Покушајмо редом да испишемо све те бројеве: 10, 20, 30, 11, 12, 21, 13, 31, 40, 50, 60, 70, 80, 90. Дакле, има их укупно 14

13. Колико на овој слици видите троуглова?

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

Решење: (D) 6.



Троуглове треба бројати по плану: нпр. од најмањих, па редом преко све већих (оних који се састоје од 2 мања троугла) до највећег. У овом случају то би значило $3+2+1=6$.

Учинићемо и једну важну напомену. На овој слици има тачно онолико троуглова колико се дужи може избројати на основици великог троугла. Свака од тих дужи представља основицу једног троугла, а треће теме сваког од тих троуглова је тачка (при врху) насупрот основице великог троугла.

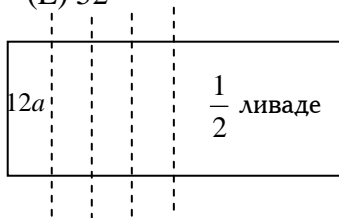
14. Када су косци покосили 12 ари једне ливаде, до половине им

је остало још $\frac{3}{8}$ ливаде. Колико ари има та ливада?

- (A) 96 (B) 36 (C) 48 (D) 24 (E) 52

Решење: (A) 96

Са слике се види да покошених $12a$ представља осмину читаве ливаде, па је: $12a \cdot 8 = 96a$



15. Трећина ипо од сто колико је то?

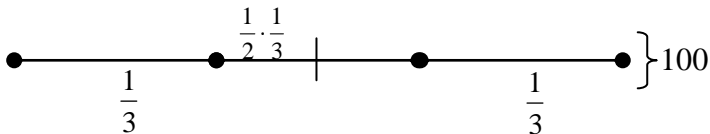
(A) 33 (B) 33,33... (C) 50 (D) 66 (E) 66,6

Решење: (C) 50.

I начин:

Како се у задатку тражи део од броја 100, онда ћемо број 100 приказати помоћу једне дужи (као цело), а онда даље цртежом приказивати делове те целине.

Трећина и по значи трећина и још пола од те трећине. То се на цртежу види тако што смо број 100 поделили најпре на 3 једнака дела, а онда од друге трећине узели још пола (половину друге трећине). На тај начин долазимо тачно до половине броја 100:



II начин:

У задатку се тражи трећина и половина од трећине од броја 100. То се може се записати и овако:

$$\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}\right) \cdot 100 = \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) \cdot 100 = \frac{1}{2} \cdot 100 = 50.$$

16. Који од наведених скупова има највише елемената:

$$P = \{1, 2, \{1, 2\}\}, \quad Q = \{\emptyset, 1, 2, \{1, 2\}\},$$

$$R = \{1, 2, 3\}, \quad S = \{5\}, \quad T = \{\{1, 2, 3\}, \{1, 2\}\}?$$

(A) P (B) Q (C) R (D) S (E) T

Решење: (B) Q

Скуп P има 3 елемента, скуп Q има 4 елемента, скуп R има 3 елемента, S има 1, а T има 2 елемента. Према томе, највише елемената има скуп Q.

17. Док су чекали ред да уђу у музеј, наставник је замолио ђаке да стоје по троје у једном реду. Весна, Ивана и Ана су приметиле да је њихова тројка седма од почетка колоне, а пета од краја колоне. Колико је ученика тога дана наставник повео у музеј?

(A) 18 (B) 21 (C) 24 (D) 30 (E) 33

Решење: (E) 33.

Према условима задатка, испред Весне, Иване и Ане стоји 6 тројки, а иза њих 4 тројке. Укупно ред чека 11 тројки, па је $11 \cdot 3 = 33$ ученика.

Задаци који се оцењују са 5 бодова

18. Из Лукине књиге испало је редом неколико листова. На првој страници која је испала стоји број 215, а на последњој број који се пише цифрама 1, 2 и 3. Колико је листова испало из Лукине књиге?

- (A) 24 (B) 49 (C) 54 (D) 96 (E) 106

Решење: (B) 49

Последња страница која недостаје мора бити обележена парним бројем (при чему то не може бити број 132, јер је мањи од 215). То значи да у Лукиној књизи недостају странице: 215, 216, 217, . . . , 311, 312.

Недостаје, дакле, укупно $312 - 214 = 98$ страница.

Како један лист има две странице, закључујемо да је из Лукине књиге испало $98 : 2 = 49$ листова.

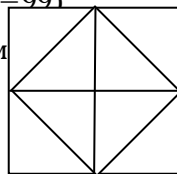
19. Колико је $100 - (100 - (100 - (100 - (100 - 99))))$?

- (A) 1 (B) 95 (C) 96 (D) 99 (E) 100

Решење: (A) 1.

Вредност израза треба тражити поступно. Почети од $(100 - 99)$

20. Средишта страница великог квадрата спојена су м као на слици десно. Колико на тако добијеној слици видите правих углова?



- (A) 20 (B) 16 (C) 14 (D) 10 (E) 8

Решење: (A) 20

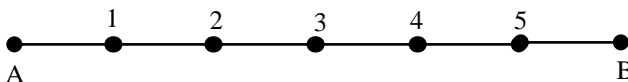
У сваком од 4 најмања квадрата на слици, има по 4 права угла, а осим тога има још 4 права угла у средњем квадрату. Дакле, $4 \cdot 4 + 4 = 20$.

21. Да би прешао пут, између две оазе у пустињи, једном бедуину је потребно 2 сата. Али, врућина је велика и он после сваких 20 минута мора да попије по 3 dl воде. Невоља је у томе што воде има само у оазама. Колико најмање воде треба тај бедуин да понесе да би успешно савладао пут између две оазе?



- (A) 12 dl (B) 15 dl (C) 18 dl (D) 21 dl (E) 3 dl

Решење: (B) 15 dl



Воде има у оазама А и В, а бедуин треба да пије воду када дође у места означена тачкама 1, 2, 3, 4, 5. Дакле, бедуин треба да попије $5 \cdot 3 \text{ dl} = 15 \text{ dl}$.

22. У следећем "рачуну" истим словима одговарају исте цифре, а различитим словима различите цифре:

$$\text{ВОДА} + \text{ВОДА} + \text{ВОДА} + \text{ВОДА} = \text{ДАВИ}$$

Дешифрирај тај рачун, а затим одговори коју цифру замењује слово А и колики је збир цифара у "броју" ВОДА.

- (А) $A=4$; збир цифара је 13 (В) $A=4$; збир цифара је 9
 (С) $A=5$; збир цифара је 11 (D) $A=6$; збир цифара је 11
 (Е) $A=2$; збир цифара је 6

Решење: (А) $A=4$; збир цифара је 13

До решења ћемо лакше стићи ако задатак напишемо у облику

$$4 \cdot \text{ВОДА} = \text{ДАВИ}.$$

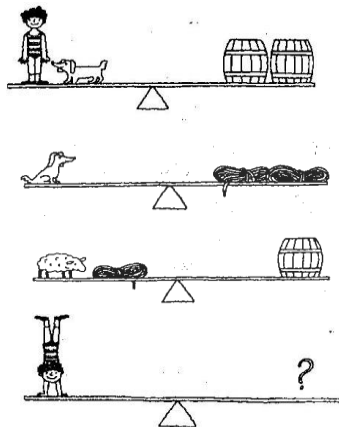
Први закључак који одавде следи је да се иза речи ДАВИ крије четвороцифрени број дељив са 4. То даље значи да двоцифрени завршетак броја ДАВИ, тј. број ВИ мора бити дељив са 4. Међутим, ту сад имамо ограничење, због тога што су бројеви ВОДА и ДАВИ четвороцифрени. Наиме, то значи да мора бити $V \in \{1, 2\}$, јер да је В већи број, онда би добијени резултат множења био петоцифрени број. Ако је $V=1$, онда је $I \in \{2, 6\}$, а да би последња цифра броја ДАВИ била 2 или 6, цифра која се крије иза А (у броју ВОДА) мора бити $A \in \{3, 4\}$. Анализом долазимо до јединог решења $4 \cdot 1354 = 5416$. Ако је $V=2$, онда $I \in \{0, 4, 8\}$ и $A \in \{5, 1, 7\}$ или $A \in \{5, 1, 2\}$ или $A \in \{5, 6, 7\}$ или $A \in \{5, 6, 2\}$. У свим овим случајевима долазимо до противречности.

23. Сlike показују да су извршена 4 мерења на теразијама. Прва слика показује да су дечак и пас у равнотежи са 2 бурета. Друга слика показује да је пас у равнотежи са 2 конопца.

Трећа слика показује да су 1 овчица и 1 конопца у равнотежи са једним буретом. Колико овчица треба да стоји на месту "?" да би и четврте теразије биле у равнотежи?

- (А) 1 (В) 2 (С) 3 (D) 4 (Е) 5

Решење: (В) 2



Посматрајмо прве "теразије", па уместо пса ставимо 2 конопца (јер нам то дозвољава равнотежа приказана на другој слици), а уместо два бурета ставимо 2 овчице и 2 конопца (јер нам то дозвољава равнотежа приказана на трећој слици). Тада ће на левој страни првих теразија бити акробта и 2 конопца, а на десној 2 овце и два конопца. Теразије ће остати у равнотежи и када и са леве и са десне стране уклонимо по 2 конопца. Тада ће се видети да је дечак у равнотежи са 2 овчице.

24. На клупи у парку седи шест дечака. Посматрајући их с лева на десно видимо да између Пере и Марка седе Коста и још један дечак. Између Ранка и Косте седе Бора и још један дечак. Између Боре и Васе седе Пера и још један дечак. Васе не седи с краја. Којим редом седе дечаки на клупи? (Напишите почетна слова њихових имена било с лева у десно, било с десна у лево.)

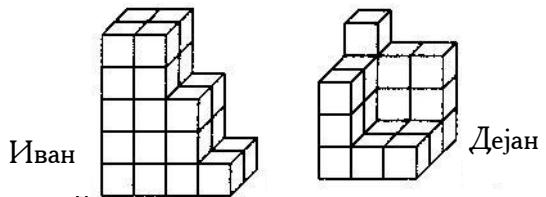
- (А) Р, Б, В, П, К, М; (В) Б, К, Р, П, В, М; (С) Р, Б, П, К, М, В;
 (D) П, Р, Б, В, М, К; (Е) Р, Б, П, К, В, М.

Решење: (Е) Р, Б, П, К, В, М.

Пажљивим читањем текста и разматрањем свих случајева према датим условима долазимо до решења: Ранко, Бора, Пера, Коста, Васе, Марко.

25. Иван и Дејан су од једнаких коцкица направили фигуре које видите на слици. Затим су се предомислили и решили да од свих ових коцкица, направе једну велику (заједничку) коцку. Колико им још најмање коцкица недостаје?

- (А) недостаје 8
 (В) недостаје 10
 (С) недостаје 12
 (D) недостаје 14
 (Е) недостаје 16



Решење: (Е) недостаје 16

Иван је за прављење своје фигуре употребио 28 коцкица, а Дејан 20 коцкица. Кад их удруже, имаће заједно $28+20=48$ коцкица. Од 48 коцкица се не може сложити нова коцка. Прва следећа (већа) коцка која се може сложити је коцка састављена од 64 коцкице (јер је $4 \cdot 4 \cdot 4=64$). тако закључујемо да Ивану и Дејану укупно недостаје $64-48=16$ коцкица.

